

Đáp Án

QUY HOẠCH TOÁN HỌC

(13/6/2016)

Câu 1

Gọi x, y là số giờ sản xuất của XN1, XN2.

Tổng số sản phẩm sản xuất được: $117x + 114y$ (0,5 đ)

Tổng chi phí sản xuất: $170x + 165y$

Giá thành sản phẩm thấp nhất khi chi phí sản xuất mỗi sản phẩm bé nhất

$$\frac{170x + 165y}{117x + 114y} \longrightarrow \min \quad (0,5 \text{ đ})$$

Lượng nguyên liệu mỗi loại sử dụng không vượt quá lượng nguyên liệu mỗi loại hiện có

$$\begin{cases} 38x + 37y \leq 3600 \\ 31x + 32y \leq 3500 \\ 45x + 43y \leq 6300 \end{cases}$$

Số giờ sản xuất mỗi loại sản phẩm không âm và không đồng thời bằng 0: $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \neq 0$

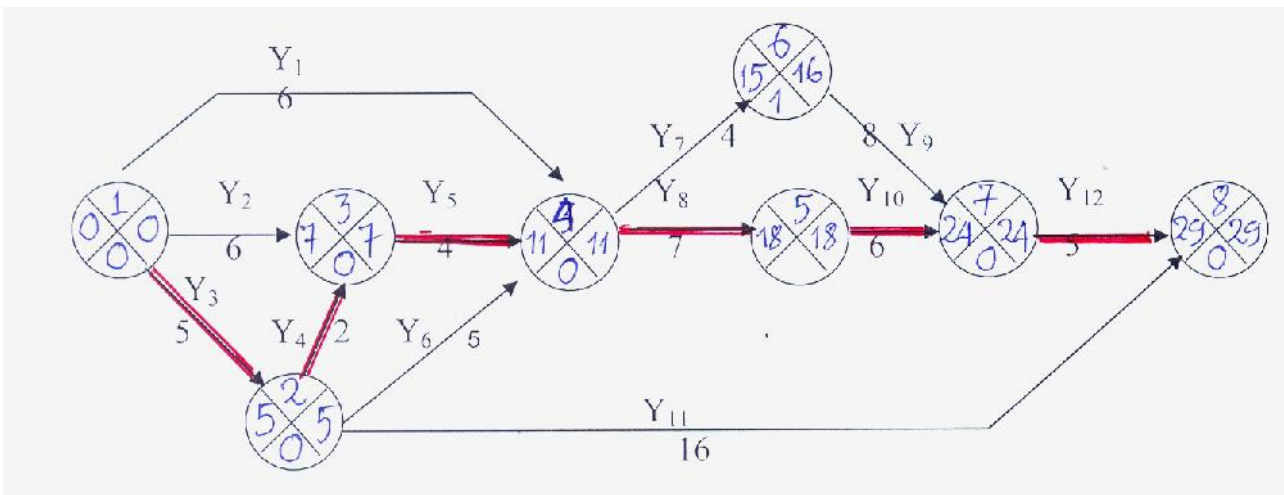
Tóm lại ta có mô hình bài toán là tìm các số x, y sao cho:

$$(1) f(x, y) = \frac{170x + 165y}{117x + 114y} \longrightarrow \min$$

$$(2) \begin{cases} 38x + 37y \leq 3600 \\ 31x + 32y \leq 3500 \\ 45x + 43y \leq 6300 \end{cases} \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$(3) x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \neq 0$$

Câu 2



(0,5 đ + 0,5 đ)

Đường găng: $(1, Y_3, 2, Y_4, 3, Y_5, 4, Y_8, 5, Y_{10}, 7, Y_{12})$

Các công việc găng: $Y_3, Y_4, Y_5, Y_8, Y_{10}, Y_{12}$

Bảng chỉ tiêu công việc

Công việc		t_{ij}^{ks}	t_{ij}^{hs}	t_{ij}^{km}	t_{ij}^{hm}	d_{ij}^c	d_{ij}^{dl}	Nhân lực	...	
Y_1	(1, 4)	0	6	5	11	5	5			
Y_2	(1, 3)	0	6	1	7	1	1			
Y_3	(1, 2)	0	5	0	5	0	0			
Y_4	(2, 3)	5	7	5	7	0	0			
Y_5	(3, 4)	7	11	7	11	0	0			
Y_6	(2, 4)	5	10	6	11	1	1			
Y_7	(4, 6)	11	15	12	16	1	0			
Y_8	(4, 5)	11	18	11	18	0	0			
Y_9	(6, 7)	15	23	16	24	1	0			
Y_{10}	(5, 7)	18	24	18	24	0	0			
Y_{11}	(2, 8)	5	21	13	29	8	8			
Y_{12}	(2, 8)	24	29	24	29	0	0			

(0,5 đ)

Câu 3

a) Bài toán đối ngẫu tương ứng (D):

$$(1) \quad g(y) = 3y_1 + y_2 + 3y_3 \rightarrow \min \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2y_1 + 2y_2 + 8y_3 = 14 \\ 2y_1 + 2y_2 - 3y_3 = 14 \\ y_1 + y_2 + 5y_3 \leq 9 \end{cases} \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$(3) \quad y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad y_3 \geq 0 \quad (0,5 \text{ đ})$$

b) Trong hai bài toán thì bài toán đối ngẫu đơn giản hơn vì: Để giải bài toán đối ngẫu chúng ta chỉ cần đưa vào một ẩn phụ và hai ẩn giá; để giải bài toán gốc chúng ta phải đổi dấu một ẩn âm, đổi biến hai ẩn tùy ý thành 4 ẩn không âm và đưa vào 3 ẩn phụ.

Đưa bài toán đối ngẫu (D) về dạng chuẩn (D_M)

$$(1) \quad g(y) = 3y_1 + y_2 + 3y_3 + 0y_4 + M(y_5 + y_6) \rightarrow \min \quad (\text{với } M \text{ là số dương lớn tùy ý})$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2y_1 + 2y_2 + 8y_3 + y_6 = 14 \\ 2y_1 + 2y_2 - 3y_3 + y_5 = 14 \\ y_1 + y_2 + 5y_3 + y_4 = 9 \end{cases}$$

$$(3) \quad y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 \geq 0, y_5 \geq 0, y_6 \geq 0 \quad (0,5 \text{ đ})$$

Lập bảng đơn hình (có thể không cần lập cột y_5, x_6)

Hệ số	Hệ ẩn cơ bản	PA CB	3	1	3	0	M	M	λ_i
			y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	
M	y_6	14	2	2	8	0	0	1	$\frac{7}{4} \text{ min}$
M	y_5	14	2	2	-3	0	1	0	
0	y_4	9	1	1	5	1	0	0	$\frac{9}{5}$
Bảng 1	$g_M(y) = 28M$		4M-3	4M-1	5M-3	0	0	0	(0,25 đ)
3	y_3	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	0	0	$\frac{1}{8}$	7
M	y_5	$\frac{77}{4}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{4}$	0	0	1	$\frac{3}{8}$	7 min
0	y_4	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	1	0	$-\frac{5}{8}$	
Bảng 2	$g_M(y) = \frac{77M + 21}{4}$		$\frac{11M - 9}{4}$	$\frac{11M - 1}{4}$	0	0	0	$\frac{3 - 5M}{8}$	
3	y_3	0	0	0	1	0	$-\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	
1	y_2	7	1	1	0	0	$\frac{4}{11}$	$\frac{3}{22}$	
0	y_4	2	0	0	0	1	$\frac{1}{11}$	$-\frac{13}{22}$	
Bảng 3	$g_M(y) = 7$		-2	0	0	0	$\frac{1 - 11M}{11}$	$\frac{9 - 22M}{22}$	

(0,5 đ)

Trong bảng 3, vì M là số dương lớn nên $\Delta_j \geq 0 \forall j = \overline{1,6}$. PACB hiện có của bài toán (D_M) là $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6) = (0, 7, 0, 2, 0, 0)$ tối ưu. Các ẩn giả $y_6 = y_5 = 0$ nên bài toán (D) có PATU là $(y_1, y_2, y_3) = (0, 7, 0), g_{\min} = 7$. **(0,25 đ)**

Theo định lý độ lệch bù yếu ta có:
$$\begin{cases} 7(2x_1 + 2x_2 + x_3 - 1) = 0 \\ x_3(0 + 7 + 5 \times 0 - 9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = t \\ x_2 = \frac{1-2t}{2} \\ x_3 = 0 \end{cases}, f_{\max} = 7$$

Phương án tối ưu bài toán gốc (P) là: $(x_1, x_2, x_3) = (t, \frac{1-2t}{2}, 0), \forall t \in R$ và $f_{\max} = 7$ **(0,25 đ)**

Câu 4

Bài toán này có dạng là bài toán vận tải cân bằng thu phát có ô cấm là (3,3). Vì là bài toán $f \rightarrow \max$ nên $c_{33} = -M$, với M là số dương lớn tùy ý.

X.Nghiệp S.Phẩm	I 9	II 6	III 5
A ₁ : 5	8,5	6	7
A ₂ : 7	9	10	6,5
A ₃ : 8	6	7,5	-M

Lần lượt phân phối như sau: ô (2,2) 6; ô (2,1) 1; ô (1,1) 5; ô (3,1) 3; ô (3,3) 5 **(0,5 đ)**

Sau khi phân phối xong ta được phương án cơ bản ban đầu không suy biến, tìm các thế vị hàng và các thế vị cột rồi tiếp theo tính $k_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$ ta được được:

X.Nghiệp S.Phẩm	I 9	II 6	III 5	
A ₁ : 5	8,5 × 0 5	6 3,5	7 -M -4,5 Đưa vào	$u_1 = 2,5$
A ₂ : 7	9 × 0 1	10 × 0 6	6,5 -M -3,5	$u_2 = 3$
A ₃ : 8	6 × 0 3	7,5 -0,5	-M × 0 Đưa ra 5	$u_3 \overset{cho}{=} 0$
	$v_1 = 6$	$v_2 = 7$	$v_3 = -M$	

Ô (1,3) có $k_{13} = -M - 4,5 < 0$ nên phương án cơ bản hiện có không tối ưu. **(0,5 đ + 0,5 đ)**

Ô đưa vào là ô (1,3).

Vòng điều chỉnh là $V = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3)\}, V^C = \{(1,1), (3,3)\}, V^L = \{(3,1), (1,3)\}$.

Ô đưa ra là ô (3,3) và lượng điều chỉnh là $x_{33} = 5$. Lập phương án mới và tìm hệ thống thế vị mới ta được:

X.Nghiệp S.Phẩm	I 9	II 6	III 5	
A ₁ : 5	8,5 × 0 0	6 3,5	7 × 0 5	$u_1 = 8,5$
A ₂ : 7	9 × 0 1	10 × 0 Đưa ra 6	6,5 1	$u_2 = 9$
A ₃ : 8	6 × 0 8	7,5 -0,5 Đưa vào	-M M + 4,5	$u_3 = 6$
	$v_1 = 0$	$v_2 = 1$	$v_3 = -1,5$	

Ô (3,2) có $k_{32} = -1,5 < 0$ nên phương án cơ bản hiện có không tối ưu. **(0,5 đ)**

Ô đưa vào là ô (3,2).

Vòng điều chỉnh là $V = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)\}$, $V^C = \{(1,1), (3,3)\}$, $V^L = \{(3,1), (1,3)\}$.

Ô đưa ra là ô (2,2) và lượng điều chỉnh là $x_{22} = 6$. Lập phương án mới và tìm hệ thống thế vị mới ta được:

X.Nghiệp S.Phẩm	I 9	II 6	III 5	
A ₁ : 5	8,5 × 0 0	6 4	7 × 0 5	$u_1 = 8,5$
A ₂ : 7	9 × 0 7	10 0,5 0	6,5 1	$u_2 = 9$
A ₃ : 8	6 × 0 2	7,5 × 0 6	-M M + 4,5	$u_3 = 6$
	$v_1 = 0$	$v_2 = 1,5$	$v_3 = -1,5$	

Tất cả các ô đều có $k_{ij} \geq 0$ nên phương án cơ bản này tối ưu. Vì ô cấm (3,3) nhận giá trị phân phối $x_{33} = 0$ nên bài toán có phương án tối ưu là:

X.Nghiệp S.Phẩm	I 9	II 6	III 5	
A ₁ : 5	8,5 0	6 0	7 × 5	
A ₂ : 7	9 7	10 0	6,5 0	
A ₃ : 8	6 2	7,5 6	Ô cấm 0	

Tổng lợi nhuận lớn nhất:

$$f_{\max} = [9 \times 7 + 6 \times 2 + 7,5 \times 6 + 7 \times 5] \times 20.000.000 \text{ đồng} = 155 \times 20.000.000 \text{ đồng} \quad (0,5 \text{ đ})$$

Chú ý: Có thể giải bằng thuật toán quy 0 cước phí.

Câu 5

Đây là bài toán dạng “Bài toán sản xuất đồng bộ”, mỗi bộ gồm 1 bàn và 3 ghế ,

Đưa bài toán về dạng bài toán SXĐB dạng chuẩn

S.Phẩm X.Nghiệp	Bàn 1	Ghế(quy ước) 1	
XN I: 1	40 × $x_{11} = \frac{14}{23}$	$\frac{64}{3}$ × $x_{12} = \frac{9}{23}$	$u_1 = 40$
XN II: 1	28 × $x_{21} = 0$	16 × $x_{22} = 1$	$u_2 = 30$
	$v_1 = 1$	$v_2 = \frac{15}{8}$	

(0,75 đ)

1a) $\max\{c_{ij} : i = 1,2; j = 1,2\} = 40 = c_{11}$ nên ô chọn đầu tiên là ô (1,1), $u_1 = 40, v_1 = 1$

1b) Chỉ còn cột 2 chưa có nhân tử nên $t = 2$.

Nhân tử cột 2 là $v_2 = \min\left\{\frac{u_1}{c_{12}}\right\} = \frac{40}{64/3} = \frac{15}{8}$; ô (1,2) là ô chọn tiếp theo.

1c) Chỉ còn hàng 2 chưa có nhân tử nên $r = 2$ và nhân tử hàng 2 là

$$u_2 = \max\{c_{2j}v_j : j = 1,2\} = \max\left\{28 \times 1, 16 \times \frac{15}{8}\right\} = 16 \times \frac{15}{8} = 30 = c_{22}v_2. \text{ Ô (2,2) là ô chọn tiếp theo.}$$

Tính được : $z = \frac{40+30}{1+\frac{15}{8}} = \frac{560}{23}$, $S = \{(1,1), (1,2), (2,2)\}$

Dựa vào $\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = \overline{1,2} \\ \sum_{i=1}^m c_{ij}x_{ij} = z, j = \overline{1,2} \\ x_{ij} = 0, \text{ voi } (i, j) \notin S \end{array} \right\}$ voi $(i, j) \in S$, với S là tập các ô chọn "x"

tính được $x_{11} = \frac{14}{23} \geq 0, x_{12} = \frac{9}{23} > 0, x_{22} = 1 \geq 0, x_{21} = 0 \geq 0$ nên giả phương án này là phương án tối

ưu.

(0,75 đ)

Thời gian trung bình để công ty sản xuất đủ số **bàn ghế** hoàn thành hợp đồng:

$$T = \frac{800}{560} = \frac{230}{7} \approx 32,86 \text{ ngày}$$

b) $X_{11} = x_{11} \times T = 20$; $X_{12} = x_{12} \times T = \frac{90}{7} \approx 12,86$; $X_{21} = x_{21} \times T = 0$; $X_{22} = x_{22} \times T \approx 32,86$

S.Phẩm X.Nghiệp	Bàn 1	Ghế 3
XN I: 1	40 $X_{11} = 20$	90 $X_{12} = 12,86$
XN II: 1	35 $X_{21} = 0$	81 $X_{22} = 32,86$

Phân công trình tự sản xuất bàn ghế cho các xí nghiệp như sau: Xí nghiệp I sản xuất bàn trước (khoảng 20 ngày-đủ 800 bàn), sau khi sản xuất bàn xong sẽ chuyển sang sản xuất ghế (khoảng 12,86 ngày); xí nghiệp II chỉ sản xuất ghế (khoảng 32,86 ngày). (0,5 đ)

Hết